SERIE TRIGONOMETRICA DE FOURIER

A) PARA FUNCIONES DE PERIODO 2π

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos(nx)+b_n sen(nx)\right)$$

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot dx$$

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot\cos(nx)\cdot dx \quad \text{para } n=0,1,2........$$

$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot sen(nx)dx \quad \text{para } n=1,2,3........$$

1. Si m y n son enteros positivos, demostrar que:

a)

$$\int_{-\pi}^{\pi} sen(mx)\cdot sen(nx)dx=\begin{cases}0 & si\ \ m\neq n\\ \pi & si\ \ m=n\end{cases}$$

b)

$$\int_{-\pi}^{\pi}\cos(mx)\cdot\cos(nx)dx=\begin{cases}0 & si\ \ m\neq n\\ \pi & si\ \ m=n\end{cases}$$

c)

$$\int_{-\pi}^{\pi} sen(mx)\cdot\cos(nx)dx=0 \quad \forall \text{x}$$

2. Encuentre y grafique la Serie de Fourier de la función de onda cuadrada definida por:

$$f(x)=\begin{cases}-1 & si\ \ -\pi<x<0\\ +1 & \text{si}\ \ 0<\text{x}<\pi\\ 0 & \text{si}\ \ \text{x}=-\pi;0;\pi\end{cases}$$

3. Encuentre y grafique la Serie de Fourier de la función definida por:

$$f(x)=\begin{cases}0 \quad si \quad -\pi < x \le 0 \\ x \quad \text{si} \quad 0 \le \text{x} < \pi \\ \dfrac{\pi}{2} \quad \text{si} \quad \text{x} = \pm\pi\end{cases}$$

B) PARA FUNCIONES DE PERIODO $2L$

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi.x}{L}+b_n sen\frac{n\pi.x}{L}\right)$$

$$a_n=\frac{1}{L}\int_{-L}^{L}F(x)\cdot\cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right)dx$$

$$a_0=\frac{1}{L}\int_{-L}^{L}F(x)\cdot dx$$

$$b_n=\frac{1}{L}\int_{-L}^{L}F(x)\cdot sen\left(\frac{n\pi}{L}x\right)dx$$

4. Encuentre y grafique la Serie de Fourier de la función de onda cuadrada de periodo 4:

$$f(x)=\begin{cases}-1 \quad si \quad -2 < x < 0 \\ +1 \quad \text{si} \quad 0 < \text{x} < 2 \\ 0 \quad \text{si} \quad \text{x} = \text{-2;0;2}\end{cases}$$

5. Extienda cada una de las siguientes funciones como función par e impar y grafique

   a) $f_1(x)=2x \quad \text{si} \quad 0<\text{x}<2$

   b) $f_2(x)=1-x \quad \text{si} \quad 0<\text{x}<1$

6. De la extensión par e impar, desarrolle en serie de senos y cosenos y grafique

   a) $f(x)=x \quad si \quad 0<x<L$

   b) $y=\text{x}^2 \quad \text{si} \quad 0<\text{x}<\pi$